**Prof. Dr. Alfred Toth**

# Zum Verhältnis von Relations- und Stufenüberschuss

1. Wie zuletzt in Toth (2010) dargestellt, verstehen wir unter den semiotischen Stufenzahlen jene Zahlen, welche den Überschuss des Verhältnisses semiotischer Relationen auf der Basis der Fibonacci- und der Peano-Zahlenreihe angeben. Die Idee, neben der Relation auch den Begriff der Stufe in die Semiotik einzuführen, ergibt sich direkt aus der Einsicht, dass die übliche Peircesche Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

in dieser Form völlig ungenügend ist und dass daher bereits Bense (1979, S. 53) von der viel präziseren Relation

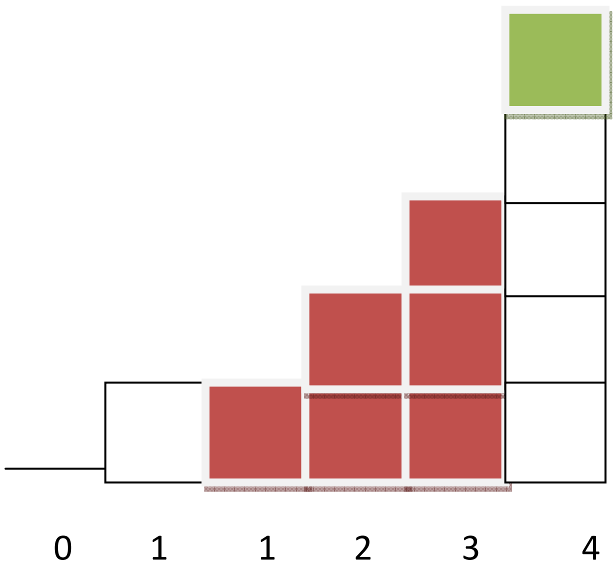
ZR* = (M, ((M → O), (M → O → I))

ausgegangen war. Nur stellt sich beim Übergang von ZR zu ZR* ein grosses Problem ein: ZR* ist, wie man sofort sieht, zirkulär. Will man also ZR* weiterhin in einer monokontexturalen Semiotik behandeln, muss man zu einer Mengentheorie ausweichen, in welcher das Fundierungsaxiom ausser Kraft gesetzt ist. Hier gibt es heute im wesentlichen zwei Modelle: Das ursprüngliche, wunderbar einfache und so mächtige Modell von Aczel (1988) mit AFA (Anti-Fundierungs-Axiom) und das erweiterte, hochgradig komplexe, aber auch etwas weniger „elegante" Modell mit AFA und Plenituditätsaxiom von Barwise und Moss (1996).

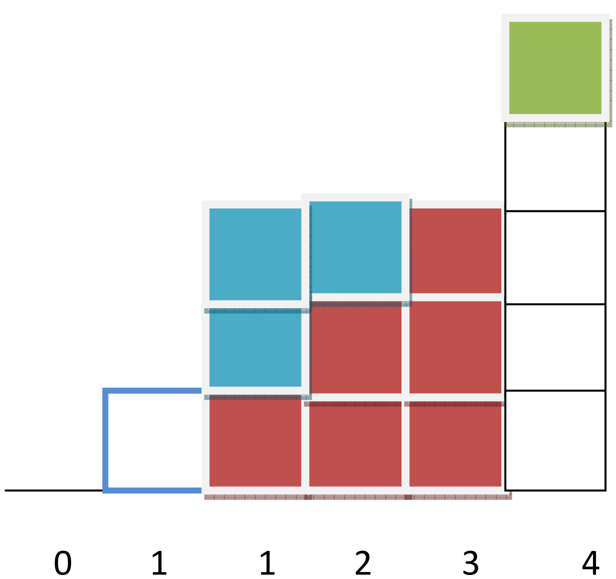
2. Wie bereits früher gezeigt, besteht das wesentliche Moment in einer ZEICHEN-Relation im Gegensatz zu einer anderen dreistelligen Relation („Fritz gibt Hans ein Buch", „Zürich liegt zwischen St. Gallen und Basel", usw.) darin, dass die Relation GESTUFT ist, d.h, VERSCHACHTELT, und dies bedingt eben zirkuläre Definitionen der Fundamentalkategorien auf der Basis des Anti-Fundierungsaxiomns:

$\Omega = \{\Omega\}$.

Bei einer ternären Relation kann mindesens zwischen dem Treppen-, dem Eskalator- und dem Lift-Modell unterscheiden, wenigstens solange man als Basis der Relatinszahlen die Peano-Zahlen heranzieht. Nimmt man jedoch die Fibonacci-Zahlen, ergibt sich als weiteres das Turmmodell:




Im obigen Modell ist ZR* rot eingezeichnet, wir haben also ein Treppenmodell als seine Basis. Bis und mit R(n) = 3 sind Peano- und Fibonacci-Zahlen identrisch, jedoch haben wir für PZ = 4 FZ = 5, d.h. die Treppe wächst sozusagen um eine Stufe zu viel (grün). Dieser Stufenüberschuss liegt nun aber auch nicht in der Komplementärmenge des roten Bereichs, den wir im folgenden Bild blau einzeichnen:



Bei R(n) = 5 beträgt dann der Stufenüberschuss bereits SZ = 3, bei R(n) = 6 ist er SZ = 7, usw.:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| FZ | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 | 89 | 144 | 233 | 377 | ... |
| R(n) | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | ... |
| **SZ** | **1** | **3** | **7** | **14** | **26** | **46** | **79** | **133** | **221** | **364** | **...** |

Die SZ entgehen also stark progressiv (nicht-linear) den linear progressiven R(n)´s. Dagegen ist der Relationsüberschuss, wie bereits angetönt, die komplementäre Menge zu den Quadraten über den R(n)´s, und es gilt

$SZ(n) \not\subset (R(n))^2$

d.h. aber, die Stufenüberschüsse sind regelrecht transzendent, denn sie liegen ja im Nirgendwo, d.i. ausserhalb des durch C(ZR) definierten semiotischen Zahlenfeldes. Die semiotischen Stufenzahlen SZ(n) sind für n ≥ 4 transzendente Zahlen und daher semiotisch äquivalent zu den nicht-semiotischen transzendenten Zahlen wie π, e, der Liouville-Zahl, der Gelfand-Schneider-Potenz usw.

**Bibliographie**

Aczél, Peter, Non-well-founded sets. Cambridge 1988

Barwise, John/Lawrence Moss, Vicious Circles. Stanford1996

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Treppe, Eskalator, Lift. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Treppe,%20Esk.,%20Lift.pdf (2010)

21.9.2010